

ハ°ルスエンコーダ°倒立振子
(RTC02P)
取扱説明書

(有)リアルテック

Rel.2014.10.21

1) 概説

最初は 倒立振子の実験の前に配線チェックを兼ねて、アームの角度制御実験を推奨します。

2) アーム角度制御

2-1) フィードバック

アーム角度制御システムの概念図は次のようになります。 Fig.2-1 参照。

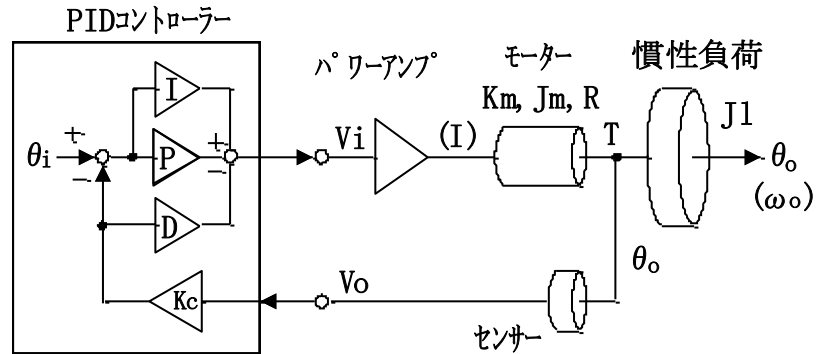


Fig.2-1

制御電圧 V_i を入力とし、負荷の制御角 θ を出力とする伝達関数を求める。

θ_o = モーター軸の角度

ω_o = モーターの角速度

I = モーター電流

V_i = モーターへの電圧

K_m = モータートルク定数

R = モーターコイル抵抗

T = モータートルク

J_m = モーターイナーシャ

J_l = 負荷イナーシャ

$J = J_m + J_l$ = 合成イナーシャ とすると、

ニュートンの運動方程式より

$$T = \dot{\omega}(J_m + J_l) = \dot{\omega}_o J = J \frac{d^2 \theta_o}{dt^2} \text{-----(2-1)}$$

又、モータトルクは電流に比例するので

$$T = K_m I \quad \text{-----}(2-2)$$

求める伝達関数は電流 I ではなく電圧 V_i なので I を V_i に変換する。

モータへの電圧と回転速度の関係は Fig.2-2 を

参照し、逆起電力 V_e は 逆起電力定数

$K_e (= K_m)$ と回転速度 ω_o に比例する事を

考慮すると

$$\begin{aligned} V_i &= IR + V_e \\ &= IR + K_m \omega_o \quad \text{-----}(2-3) \end{aligned}$$

(2-3)式を入力 V_i と出力 θ_o の関係式にするため、(2-2)より

$$I = \frac{T}{K_m} \quad \text{-----}(2-4)$$

(2-4)に(2-1)を代入すると

$$I = \frac{T}{K_m} = \frac{J}{K_m} * \frac{d^2 \theta_o}{dt^2} \quad \text{-----}(2-5)$$

(2-3)に(2-5)を代入すると

$$\begin{aligned} V_i &= IR + K_m \omega_o = \frac{J}{K_m} \frac{d^2 \theta_o}{dt^2} * R + K_m \frac{d\theta_o}{dt} \\ &= \frac{JR}{K_m} \frac{d^2 \theta_o}{dt^2} + K_m \frac{d\theta_o}{dt} \quad \text{-----}(2-6) \end{aligned}$$

式(2-6)をラプラス変換すると ($\omega = \frac{d\theta}{dt} = s\theta$, $\dot{\omega} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = s^2\theta$)

$$V_i = \frac{JR}{K_m} \theta_o s^2 + K_m \theta_o s = \theta_o \left(\frac{JR}{K_m} s^2 + K_m s \right) \quad \text{-----}(2-7)$$

(2-7)式より伝達関数は

$$\frac{\theta_o}{V_i} = \frac{1}{\frac{RJ}{K_m} s^2 + K_m s} \quad \text{-----}(2-8)$$

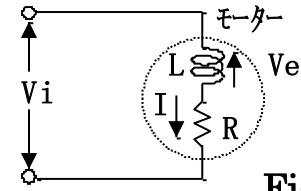


Fig.2-2

(2-8)式に、下記パラメーター

$$K_m = 0.023 Nm / A$$

$$R = 8.3 \Omega$$

$$J = 0.00053 Kgm^2$$

を代入すると伝達関数は

$$\frac{\theta_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{\frac{8.3 \times 0.00053}{0.023} s^2 + 0.023 s} = \frac{1}{0.19 s^2 + 0.023 s} \text{-----(2-9)}$$

3)制御系の設計

2)で求めた伝達関数に比例ゲイン K_p と微分ゲイン K_d を追加した下図の様な制御システムを考え、最適な比例ゲイン K_p と微分ゲイン K_d を設計する。

Fig.3-1参照。

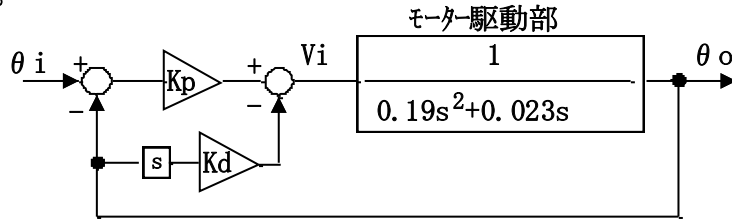


Fig.3-1

図中 s はラプラス変換素子 $\frac{d}{dt} = s = j\omega$ で、出力角度 θ_o を微分することを表しています。

Fig.3-1の伝達関数を求めてみましょう。

$$\begin{aligned}\theta_o &= \{(\theta_i - \theta_o) * K_p - s\theta_o * K_d\} * \frac{1}{0.19s^2 + 0.023s} \\ &= \theta_i * \frac{K_p}{0.19s^2 + 0.023s} - \theta_o * \frac{K_p + sK_d}{0.19s^2 + 0.023s} \quad \text{-----(3-1)}\end{aligned}$$

θ_o を左辺にまとめると(3-1)は

$$\begin{aligned}\theta_o \left(1 + \frac{K_p + sK_d}{0.19s^2 + 0.023s}\right) &= \theta_o \frac{0.19s^2 + 0.023s + K_d s + K_p}{0.19s^2 + 0.023s} \\ &= \frac{0.19s^2 + (0.023 + K_d)s + K_p}{0.19s^2 + 0.023s} \theta_o = \frac{K_p}{0.19s^2 + 0.023s} \theta_i\end{aligned}$$

なので伝達関数は

$$\begin{aligned}\frac{\theta_o}{\theta_i} &= \frac{K_p}{0.19s^2 + (0.023 + K_d)s + K_p} \\ &= \frac{K_p}{0.19s^2 + (0.023 + K_d)s + K_p} = \frac{\frac{K_p}{0.19}}{s^2 + \frac{0.023 + K_d}{0.19}s + \frac{K_p}{0.19}} \quad \text{----(3-2)}\end{aligned}$$

sの2次系の一般式次式です。

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2} \text{-----(3-3)}$$

と(3-2)と(3-3)を比較し、最適な角周波数 ω_n とダンピング係数 δ を仮定してそれを満足する比例ゲイン K_p と微分ゲイン K_d 求めてみましょう。

ステップ入力に対する最初のオーバーシュートのピークまでの時間 t_p を0.4秒後、ダンピング係数 δ を典型的な0.707と仮定すると、

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\delta^2}} = 0.4 \text{-----}\{8\}2\text{次系のステップ 応答の項を参照}$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{0.4\sqrt{1-0.707^2}} = 11.1 \quad , \text{一方 } \omega_n^2 = \frac{K_p}{0.19} \text{ より}$$

$$K_p = \omega_n^2 \times 0.19 = 11.1^2 \times 0.19 = 23.4V / rad$$

radを度に変換すると

$$K_p = 23.4V / rad * \frac{\pi}{180} = 0.41V / deg$$

$$\text{微分ゲイン } K_d \text{ は } 2\delta\omega_n = \frac{0.023 + K_d}{0.19} \text{ より}$$

$$\begin{aligned} K_d &= 2\delta\omega_n \times 0.19 - 0.023 = 2 \times 0.707 \times 11.1 \times 0.19 - 0.023 \\ &= 2.982 - 0.023 = 2.96V / (rad / sec) \end{aligned}$$

radを度に変換すると

$$K_d = 2.96V / (rad / sec) * \frac{\pi}{180} = 0.052V / (deg / sec)$$

コントローラ **USBA04** と **Matlab/Simulink** とを使用した場合のサンプルプログラムは次のようになります。 **Fig.3-2** 参照。

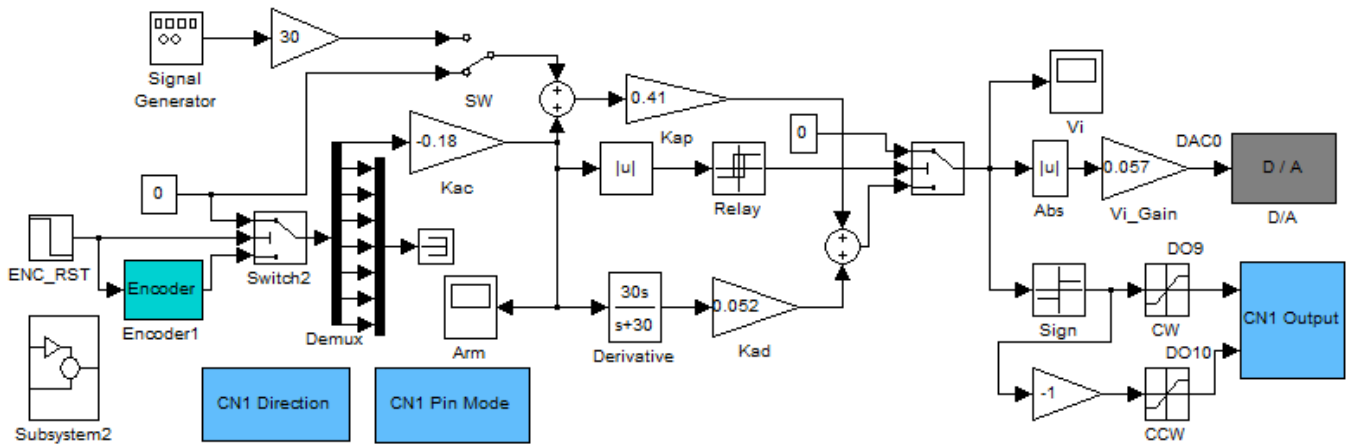


Fig.3-2

Kac: モーター軸のパルスエンコーダーからのパルス数を角度(度)に変換するゲインです。
パルスエンコーダーは 500P/1 回転。コントローラー内の 4 通倍回路でパルス数は 2,000P/1 回転になります。

$$K_{gc} = 360 / 2,000P = 0.18 \text{ 度/P になります。}$$

-(マイナス)符号は システムを初"タイプ"フイート"バック"にする為付けます。

註 1) チェック方法は SW を 0 側に倒し、アームを手で押さえてプログラムをスタートしアームを少し手で動かした時、モーターに戻す力が働けば正常なネジタイプフィードバックです。動かした方向に働けば異常なポジティブフィードバックですので、符号を反転します。

註 2) かなり大きな負荷(イナーシャ)をモーターがギア無しでドライブする為、微分ゲインが大きくなります。その結果、微分によるノイズが大きくなり静止状態で微振動が発生します。ギアが介在している場合は逆起電力定数はギア比倍されて大きくなるので、その分、微分ゲインは小さくて済みますから微振動は発生しなくなります。

註 3) 倒立振子の場合は Kac の符号は 7-4 角制御の反対(+)になります。

註)最大駆動可能速度の検討

ニュートンの運動方程式とモーターが発生する力の式は

$$T = J * \alpha = K_m * I \text{ -----(5-1)}$$

ここで

α -----角加速度

$I = 0.5A$ -----使用電流{ $I_{\max} = 12V / (8.3 + 0.5)\Omega = 1.36A$ }

$K_m = 0.023Nm / A$ -----トルク定数

$J = 5.3 * 10^{-4} Kgm^2$ ---慣性負荷(けーしゃ)

角度 $90\text{度} = \frac{\pi}{2} \text{rad}$ を 何秒で駆動できるかを検討してみましょう。

$$\alpha = \frac{K_m * I}{J} = \frac{0.023Nm / A * 0.5A}{5.3 * 10^{-4} Kgm^2} = \frac{0.0115 Kgm^2 / \text{sec}^2}{5.3 * 10^{-4} Kgm^2}$$

$$= 2.16 * 10^{-3} * 10^4 \text{rad} / \text{sec}^2 = 21.6 \text{rad} / \text{sec}^2$$

$$\omega = \alpha * t$$

$$\theta = \frac{\alpha * t^2}{2} = \frac{21.6 \text{rad} / \text{sec}^2 * t^2}{2} = \frac{\pi}{2} \text{rad}$$

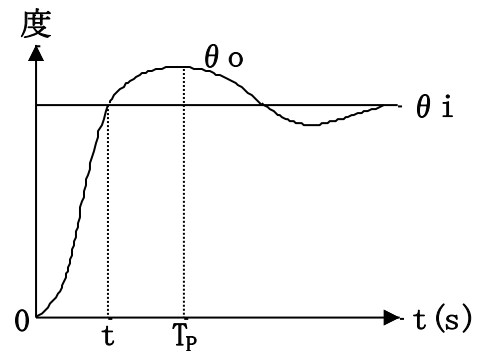
$$t = \sqrt{\frac{\pi}{21.6} \text{sec}^2} = 0.38 \text{sec}$$

この結果から、最初のオーバーシュートのピークまでの時間を0.4秒に設定しても少し余裕が有る事がわかりました。

0.5Aの時の電圧Viは

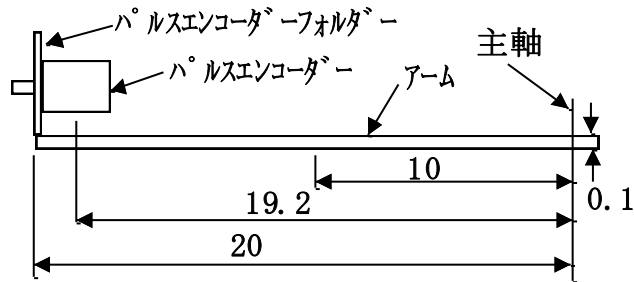
$$V_i = (8.3 + 0.5) \Omega * 0.5A = 8.8 \Omega * 0.5A = 4.4V$$

9Vの電源を使うと十分余裕が有ります。



註) スタート時 $V_i = cmd * K_p = 90 \text{deg} * 0.41V / \text{deg} = 36.9V$ の電圧がモーターに掛かります。12Vの電源を使用した場合、12Vで飽和し電流は $12V / 8.8 \Omega = 1.36A (> 0.5A)$ なので、 $t < 0.38 \text{sec}$ になります。

4)アームイナーシャ



4-1)アームイナーシャ(材質アルミの比重=2.7)

アーム質量を m_a とすると

$$m_a = 20 \times 3 \times 0.1 \times 2.7 = 16.2g = 0.016Kg$$

$$I_a = m_a r^2 = 0.016 \times \left(\frac{0.2}{2} \right)^2 = 0.016 \times 0.01 = 1.6 \times 10^{-4} Kgm^2$$

4-2)ハ°ルスエンコーダー I_p (ハ°ルスエンコーダー・フォルダ°を含む)

$$m_p = 10g = 0.01Kg$$

$$I_p = 0.01 \times (0.192)^2 = 0.00037 = 3.7 \times 10^{-4} Kgm^2$$

総合イナーシャ J_b は

$$J_b = I_a + I_p + I_s = (1.6 + 3.7) \times 10^{-4} = 5.3 \times 10^{-4} Kgm$$

$$= 0.00053 Kgm^2$$

5)倒立振子の入力信号の較正(キャリブレーション)ゲイン

倒立振子制御システムの概念図はFig.7-1になります。

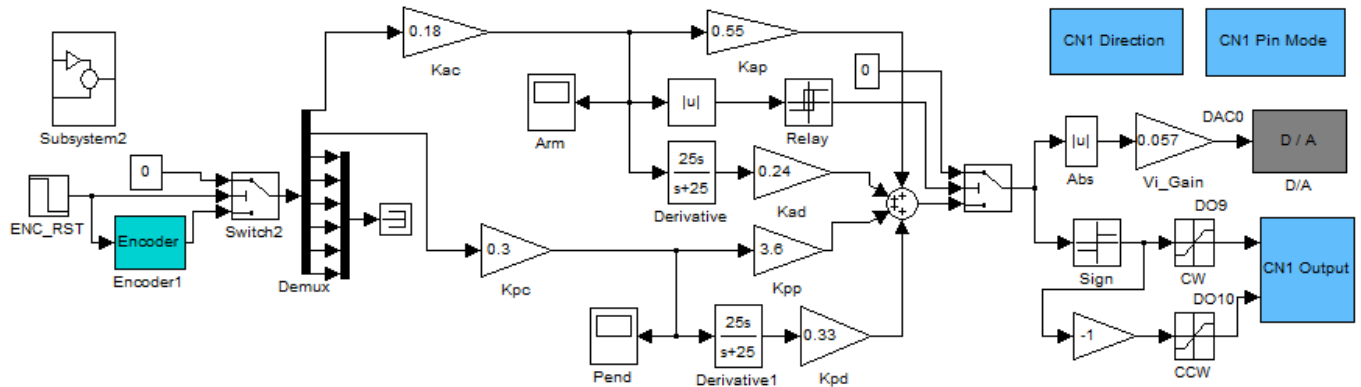


Fig.7-1

アーム角センサーと振子角センサーはパルスエンコーダーなので入力信号はパルス数です。コントローラーのフィードバックの計算はフィードバック信号を度(又はラジアン)として取り扱ってますからパルス数を度に変換しなければなりません。

<アーム角の場合: K_{ac} >

パルスエンコーダーは500パルス/1回転です。そのパルスはI/Oボードの4通倍回路で $500 \times 4 = 2,000$ パルス/1回転に分解能があがります。

$$K_{gc} = 360 \text{deg}/ 2,000P = 0.18 \text{deg}/ P$$

<振子角の場合: K_{pc} >

パルスエンコーダーは300パルス/1回転です。そのパルスはI/Oボードの4通倍回路で $300 \times 4 = 1,200$ パルス/1回転に分解能があがります。

その結果、アームのキャリブレーションゲイン K_{pc} は

$$K_{pc} = 360 \text{ deg} / 1,200P = 0.3 \text{ deg} / P$$

註 1) K_{pc} の極性のチェック方法は 振子を手で垂直に立て、押さえた状態でプログラムをスタートします。振子を少し倒した時、アームがその倒れを補正する方向に動いたら正常です。更に倒す方向に動いたら以上ですから極性を反転します。現状は+が正しい状態です。

6)倒立振子のサンプルプログラム

6-1) 通常の倒立振子のサンプルプログラム

振子を垂直上方にセットしてスタートするサンプルプログラムは次のようになります。

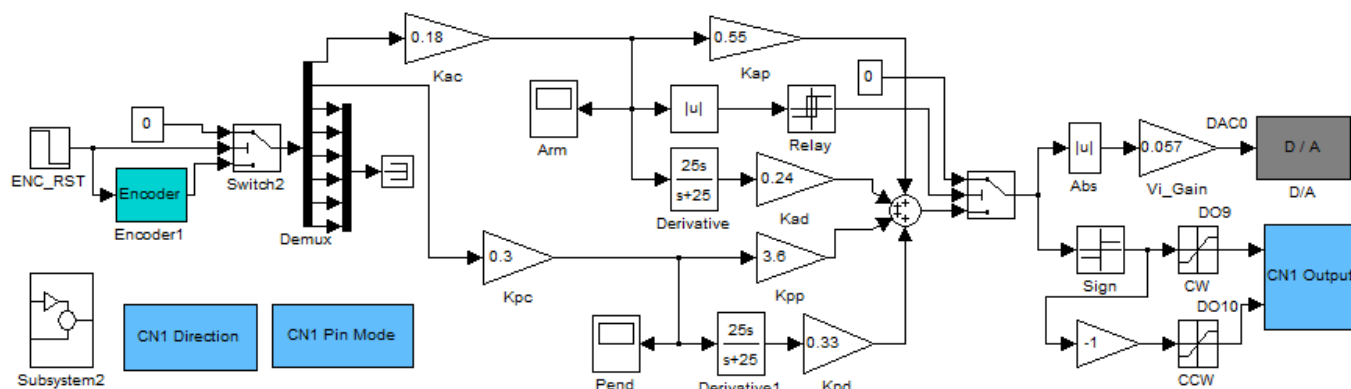


Fig.6-1

6-2) 自立倒立振子のサンプルプログラム

振子を垂直下方の静止状態からスタートし振り上げて立たせるサンプルプログラムは次のようになります。

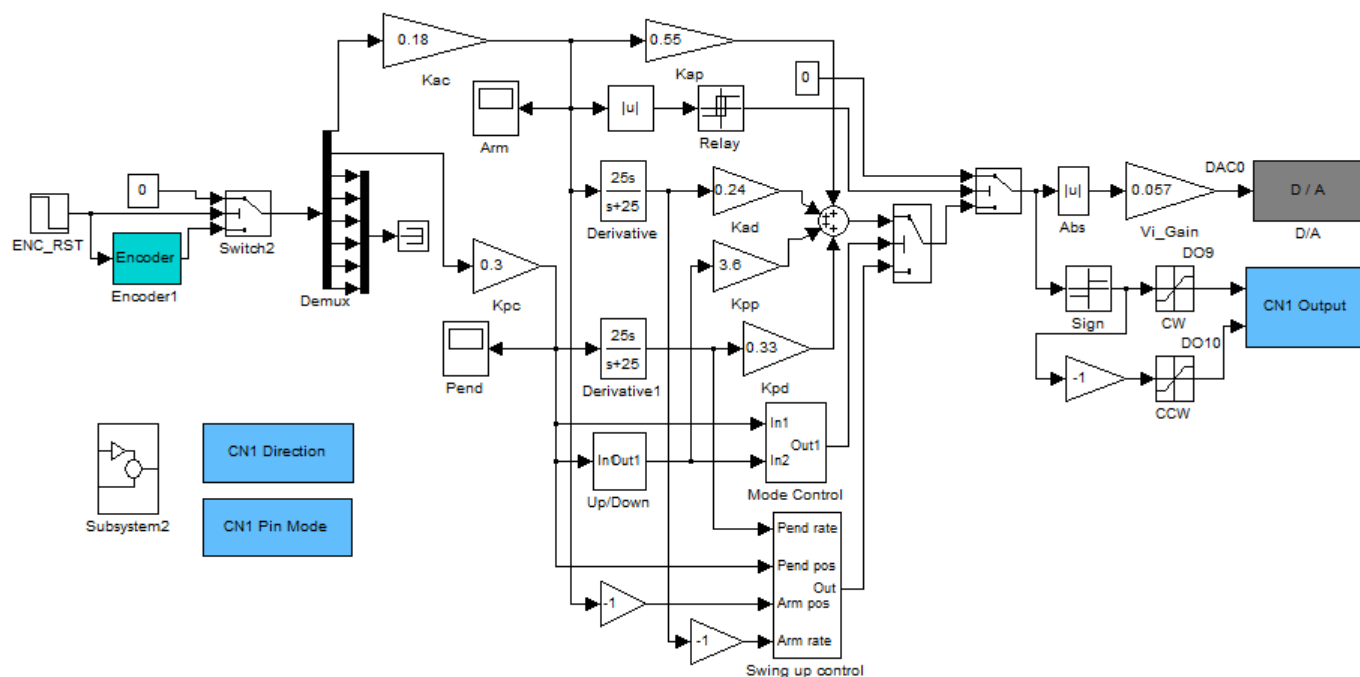


Fig.6-2

7)仕様

- モーター

型番-----FN30-U153N1E

トルク定数-----0.023Nm/A

モーターコイル抵抗-----8.3Ω

ローターイナーシャ----- $1 \times 10^{-5} \text{Kgm}^2$

- パルスエンコーダー

型番-----RE12D-300

パルス数-----300P/1 回転

出力抵抗-----1KΩ

質量-----10g

- パワーアンプ

モータードライバ -----L6207

最大電流-----2.5A

入力信号-----制御電圧:0～4V、極性信号 CW,CCW:TTLレベル

電源-----12V/1.5A

- アーム

有効長-----20cm

イナーシャ----- $1 \times 10^{-3} \text{Kgm}^2$

- 振子

長さ-----20cm

質量-----16g

- 形状

重さ-----500g

外形-----20(W)x18(D)x25(H)cm

8)2 次系のステップ 応答

Transfer Function $\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + s\delta\omega_n + \omega_n^2}$

By Laplace Inverse Transformation

Step Response $V_o(t) = \left\{ 1 - \frac{e^{-\delta\omega_n t}}{\sqrt{1-\delta^2}} \sin\left(\omega_n \sqrt{1-\delta^2} t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\delta^2}}{-\delta}\right) \right\}$

<Step response>

